

## Übungen zur Vorlesung Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

- 3.1.\* In einem Warenposten von  $N = 100$  Stück mögen sich  $R = 10$  Ausschussteile befinden. Eine zufällige Stichprobe (ohne Zurücklegen) vom Umfang 8 wird entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, höchstens  $k$  Ausschussteile in der Stichprobe zu finden ( $k = 0, 1, \dots, 8$ )?  
Ab welcher Anzahl von Ausschussteilen in der Stichprobe würden Sie die Behauptung des Produzenten, der Warenposten enthalte höchstens 10% Ausschuß, als unglaubwürdig zurückweisen?
- 3.2. Es werden  $n$  durchnummerierte Kugeln auf gut Glück auf  $n$  durchnummerierte Fächer verteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß genau ein Fach leer bleibt?
- 3.3. In einer Lotterie wurde eine 7stellige Gewinnzahl auf folgende Weise ermittelt: In einer Trommel kommen die Ziffern 0 bis 9 je 7mal vor. Die 7 Ziffern der Gewinnzahl werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.
- a) Wie viele Losnummern sind möglich?
  - b) Ist das Ausloseverfahren für jede mögliche Gewinnzahl gleich vorteilhaft?
  - c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der  $g = 9551759$  gewinnt.
- 3.4\*. Die Zufallsgröße  $X$  sei binomialverteilt mit den Parametern  $n$  und  $p$ .
- a) Beweisen Sie, daß jeder Modalwert  $k^*$  die Ungleichungen  
$$n \cdot p - (1 - p) \leq k^* \leq n \cdot p + p$$
erfüllt.
  - b) Skizzieren Sie die ungefähre Gestalt der Stabdiagramme der Binomialverteilungen für  $n = 20$  und  $p = 0, 1(0, 5; 0, 7)$ .
- 3.5.\* Es sei  $X$  eine Zufallsgröße und  $P^X$  die durch  $X$  induzierte Verteilung. Beweisen Sie, daß  $P^X$  die drei Kolmogorovschen Axiome einer Wahrscheinlichkeitsverteilung erfüllt.

### Kontrollfragen zur Vorlesung

7. Was versteht man darunter, daß aus einer Menge vom Umfang  $n$  ein Element rein zufällig ausgewählt wird?
8. Beschreiben Sie einen zufälligen Versuch, bei dem die hypergeometrische Verteilung eine Rolle spielt.
9. Welche Arten von Stichproben vom Umfang  $r$  aus einer  $m$ -elementigen Menge  $M$  gibt es? Wieviele gibt es von jeder Art?