

Übungen zur Vorlesung Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

- 6.1. Ein regelmäßiger Würfel wird 3 mal geworfen. Es sei $A_{i,j}$ das Ereignis, daß der i te und der j te Wurf dieselbe Zahl ergeben. Zeigen Sie, daß die Ereignisse $A_{i,j}$, $1 \leq i < j \leq 3$ paarweise unabhängig, aber nicht vollständig unabhängig sind.
Kann man dieses Ergebnis auf n Würfe verallgemeinern?
- 6.2.* Die Anzahl X der Nachkommen eines Individuums besitze folgende Verteilung:
 $P(X = k) = p_k$, $k = 0, 1, 2$.
Seine Nachkommen vermehren sich unabhängig voneinander und alle nach der oben angegebenen Verteilung. Geben Sie die Verteilung der Anzahl Y seiner Enkel an.
- 6.3.* Zwei regelmäßige Würfel werden unabhängig voneinander geworfen. Mit X bzw. Y werde die geworfene Augenzahl des ersten bzw. des zweiten Würfels bezeichnet. Weiterhin werden die Zufallsgrößen $S = X + Y$ und $Z = \max(X, Y)$ betrachtet.
- a) Geben Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsgrößen S und Z an.
Sind S und Z unabhängige Zufallsgrößen? Begründen Sie Ihre Antwort.
 - b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen jeder der Zufallsgrößen X, Y, S und Z .
 - c) Berechnen Sie Erwartungswert und Streuung für jede der Zufallsgrößen X, Y, S und Z .
- 6.4*. Wie viele Ziehungen lang muß man einen Tip im Lotto 6 aus 49 wenigstens spielen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 (0,99; 0,999) mindestens einen Sechser zu haben?
- 6.5. Es gibt Leitungen zwischen den Orten 2 und 3 und von jedem dieser Orte zu den Orten 1 und 4. Jede dieser Leitungen wird unabhängig von den anderen mit Wahrscheinlichkeit p gestört.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man noch eine Nachricht von 1 nach 4 übermitteln?

Kontrollfragen zur Vorlesung

16. Welche Wahrscheinlichkeitsverteilungen lassen sich durch die Zeilen bzw. Spalten einer Kontingenztafel jeweils ermitteln?
17. Unter welcher zusätzlichen Voraussetzung bestimmen die Randverteilungen der gemeinsamen Verteilung eines zufälligen Vektors (X_1, X_2) diese Verteilung eindeutig?
18. Wie sind Erwartungswert und Streuung einer (diskret verteilten) Zufallsgröße X definiert?
Welche Eigenschaften haben diese Größen, und welche anschaulichen Vorstellungen verbinden Sie mit diesen Begriffen?