Institut für Mathematik
Prof. Dr. Uwe Küchler
Dipl.-Math. Eva Naumann
Dr. Elke Warmuth

Wintersemester 2000/2001

Übungen zur Vorlesung
Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

7.1.* Es seien X_1 und X_2 unabhängige Zufallsgrößen, die nur natürliche Zahlen als Werte annehmen.
Zeigen Sie, daß die erzeugende Funktion der Summe $X_1 + X_2$ gleich dem Produkt der erzeugenden Funktionen von X_1 und X_2 ist.

7.2.* Die Verteilung eines zufälligen Vektors (X, Y) ist gegeben durch

X	1	2	3
Y			
0	0	p	0
1	p	0	q
2	0	q	p

Hierbei gilt $0 \leq p, q \leq 1, 3p + 2q = 1$.

a) Sind X und Y unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie $Cov(X, Y)$ und $\rho(X, Y)$ in Abhängigkeit von p.

7.3. Es seien X_1 und X_2 diskret verteilte Zufallsgrößen und a, b, c und d reelle Zahlen. Beweisen Sie:

$$Cov(aX_1 + b, cX_2 + d) = acCov(X_1, X_2)$$

7.4*. Es sei $\hat{X}_2$ die Regression von X_2 bezüglich X_1. Man kann X_2 darstellen als

$$X_2 = \hat{X}_2 + X_2 - \hat{X}_2.$$

Zeigen Sie, daß $\hat{X}_2$ und $X_2 - \hat{X}_2$ unkorreliert sind.

7.5 . Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung besitzt die Summe von 2 unabhängigen, geometrisch mit dem Parameter p verteilten Zufallsgrößen?
Hinweis: Berechnen Sie die erzeugenden Funktionen.

Kontrollfragen zur Vorlesung

19. Welche Schlußfolgerung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der diskreten Zufallsgröße X ergibt sich aus $E|X| = 0$?

20. Es seien X_1, X_2 unabhängige, auf $\{-1, 1\}$ gleichmäßig verteilte Zufallsgrößen. Man bestimme die Verteilung von $X_1 + X_2$.

21. Es seien X_1, X_2 zwei Zufallsgrößen mit je zwei möglichen Werten. Geben Sie jeweils eine (gemeinsame) Wahrscheinlichkeitsverteilung für (X_1, X_2) an, so daß X_1 und X_2
    a) unabhängig
    b) nicht unabhängig
    sind.