

## Übungen zur Vorlesung Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

- 5.1. In einem Preisausschreiben werden 10 Fragen gestellt. Zu jeder Frage gibt es 3 Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist. Jemand kreuzt auf gut Glück unabhängig voneinander je eine Antwort an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für
- lauter richtige Antworten
  - lauter falsche Antworten
  - wenigstens eine richtige Antwort?

- 5.2. Es sei  $X \sim B(n, p)$ . Beweisen Sie, dass für den (oder die) wahrscheinlichsten Wert(Werte)  $k^*$  gilt

$$np - (1 - p) \leq k^* \leq np + p.$$

Wann gibt es einen und wann zwei wahrscheinlichste Werte?

- 5.3. 4% aller Fluggäste, die Plätze reservieren, erscheinen nicht. Die Fluggesellschaft weiß dies und verkauft 75 Flugkarten für 73 verfügbare Plätze. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Fluggäste Platz bekommen? Welche Modellannahmen haben Sie getroffen?
- 5.4. Es werden  $n$  Münzen geworfen, bei denen Wappen jeweils mit Wahrscheinlichkeit  $p$  fällt. Dann werden diejenigen Münzen noch einmal geworfen, bei denen Wappen fiel. Sei  $X$  die Anzahl der Wappen bei der zweiten Wurfserie. Bestimmen Sie die Verteilung von  $X$ .
- 5.5. Es sei  $f(n, p)$  die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Erfolg in einer Bernoulli-Kette der Länge  $n$  mit Erfolgswahrscheinlichkeit  $p$ . Untersuchen und kommentieren Sie die Funktion  $f$  in Abhängigkeit von  $n$  bei festem  $p$  und in Abhängigkeit von  $p$  bei festem  $n$ .
- 5.6. Sei  $0 < \alpha < 1$ . Wie lang muß eine Bernoulli-Kette mit der Erfolgswahrscheinlichkeit  $p$  mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Erfolg mindestens  $1 - \alpha$  beträgt?

5.7. Gilt allgemein  $E\left(\frac{1}{X}\right) = \frac{1}{EX}$ ?

Gilt manchmal  $E\left(\frac{1}{X}\right) = \frac{1}{EX}$ ?

- 5.8. a) Beweisen Sie:  $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}X$  für  $a, b \in \mathbb{R}$ .  
b) Beweisen Sie: Wenn  $\text{Var}X = 0$  gilt, dann existiert  $c \in \mathbb{R}$ , so dass  $P(X = c) = 1$ .
- 5.9. Bei einer Übertragung von Signalen werde jedes Signal unabhängig von den anderen mit Wahrscheinlichkeit 0,2 gestört. Eine Nachricht wird nicht mehr verstanden, wenn mindestens ein Drittel der Signale gestört ist.
- Welches ist die wahrscheinlichste Anzahl richtig übertragener Signale bei einer aus 12 Signalen bestehenden Nachricht?
  - Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine aus 12 Signalen bestehende Nachricht nicht mehr verstanden?
- 5.10. Berechnen und interpretieren Sie den Erwartungswert einer geometrisch verteilten Zufallsgröße.