

Übungen zur Vorlesung Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

- 8.1. Von 25 erwachsenen Männern wurden die Größe X in cm und die Masse Y in kg ermittelt. Man erhielt folgende Punktpaare

x	170	163	172	160	166	170	174	165	162	167	165	168
y	67,5	65	80	57,5	68	74	79	70	56	62,5	59,5	66

x	170	172	175	176	177	180	180	183	185	187	188	190	194
y	60	76	60	75	66	65	78	75	87	72	90	82	92

- a) Zeichnen Sie die Punktpaare in ein Koordinatensystem ein.
 - b) Bestimmen Sie die Regressionsgerade von y bezüglich x und zeichnen Sie diese in das Bild aus a) ein.
 - c) Formulieren Sie eine Faustregel: Wenn x um eine Einheit zunimmt, dann nimmt y um etwa ... Einheiten zu.
- 8.2. Es seien X und Y Zufallsgrößen und \hat{Y} die Regression von Y bezüglich X . Zeigen Sie, dass \hat{Y} und $Y - \hat{Y}$ unkorreliert sind.
- 8.3. Es sei R_n die relative Häufigkeit der Erfolge in einer Bernoulli-Kette der Länge n mit der Erfolgswahrscheinlichkeit p . Ermitteln Sie die Verteilung von R_n für $p = 0,3$ und a) $n = 5$ b) $n = 10$. Stellen Sie beide Verteilungen graphisch dar. Berechnen Sie für beide Verteilungen die Wahrscheinlichkeit $P(|R_n - 0,3| < 0,2)$.
- 8.4. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht bei 100 Würfeln mit einem guten Würfel die relative Häufigkeit für eine Sechs um weniger als 0,05 von $p = \frac{1}{6}$ ab? Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit (z. B. mit Hilfe einer Tabelle) und schätzen Sie sie mit Hilfe der Tschebyschewschen Ungleichung ab!
- b) Die Wahrscheinlichkeit für eine Sechs sei nicht $\frac{1}{6}$. Wie viele Versuche reichen aus, damit die relative Häufigkeit der Sechs von der unbekanntem Wahrscheinlichkeit um höchstens 0,02 mit einer Sicherheit von mindestens 0,95 abweicht? Ermitteln Sie n aus der Tschebyschewschen Ungleichung.
- 8.5. In der gynäkologischen Abteilung eines Krankenhauses entbinden in einer bestimmten Woche n Frauen. Es werde angenommen, dass keine Mehrlingsgeburten auftreten und dass die Wahrscheinlichkeit bei jeder Geburt für einen Jungen bzw. ein Mädchen gleich sei. Außerdem werde angenommen, daß das Geschlecht der Neugeborenen für alle Geburten unabhängig sei. Es sei a_n die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens 60% der Neugeborenen Mädchen sind.
- a) Bestimmen Sie a_{10} .
 - b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- 8.6. Es sei X_n gleichverteilt auf $\{-n, \dots, 0, 1, \dots, n\}$. Berechnen Sie $P(|X_n| \geq \frac{n}{2})$ und $P(|X_n| \geq \frac{n}{10})$. Vergleichen Sie für große n diese Wahrscheinlichkeiten mit den Abschätzungen, die man aus der Tschebyschewschen Ungleichung erhält.